

Урок №8 (29.09.2006)

Потенциал поля точечного заряда. Разность потенциалов.

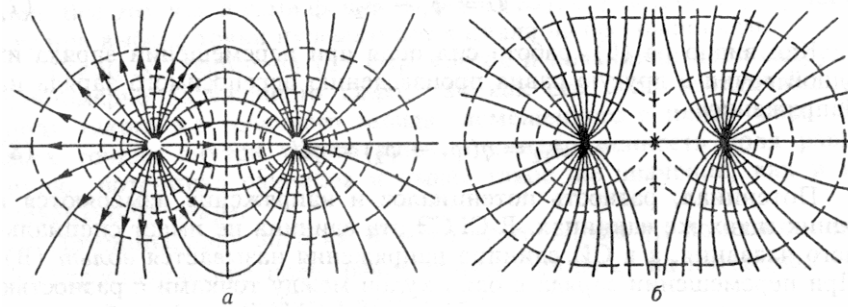
1. Работа электрического поля. Разность потенциалов

Работа сил электрического поля по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2 равна $A_E = -A_{\text{внешн.}}$. По определению $E_{\text{эл. пот. 2}} - E_{\text{эл. пот. 1}} = A_{\text{внешн.}}$, следовательно $A_{E12} = E_{\text{эл. пот. 1}} - E_{\text{эл. пот. 2}} = (\varphi_1 - \varphi_2)q$. Определим величину, называемую *разность потенциалов*, как $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{E12}}{q}$. Тогда заряд q , проходя разность потенциалов U , *теряет* потенциальную энергию, равную Uq и, соответственно, совершает работу $A = Uq$ (или приобретает соответствующую кинетическую энергию).

Разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ называют *напряжением* между точками 1 и 2.

Потенциал, разность потенциалов и напряжение измеряются в СИ в *вольтах*:
 $1 \text{ Дж} = 1 \text{ Кл} \cdot 1 \text{ В}$.

2. Эквипотенциальные поверхности



3. Связь между потенциалом и напряженностью поля

Очевидно (из определения работы), что $\Delta\varphi = -\vec{E} \cdot \vec{r}$

4. Потенциал поля, создаваемого точечным зарядом

Попробуем посчитать работу, необходимую для перемещения заряда q из бесконечности в некоторую точку, расположенную на расстоянии R от заряда Q .

Сначала заметим, что «в лоб» решить эту задачу, посчитав сумму $A = \sum_{r=R}^{r=\infty} \vec{F}_Q(r) \cdot \Delta r$, невозможно, т.к. сила $\vec{F}_Q(r)$ меняется от точки к точке по закону кулона.

Поэтому попробуем применить хитрость. А для этого начнём считать работу с конца. Разобьём весь путь на очень маленькие отрезки Δr такие, что кулоновскую силу на них можно считать постоянной. Самый первый отрезок будет от $r = R$ до $r_1 = R + \Delta r$. При этом примем кулоновскую силу, действующую на этом отрезке равной $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{R \cdot r_1}$, т.е. мы взяли в формуле среднее расстоя-

ние, между R^2 и r_1^2 . Тогда работа на этом участке будет равна

$$A_1 = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r_1 - R)}{Rr_1} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r_1} \right).$$

Аналогично для следующего промежутка, работа будет равна

$$A_2 = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right), \quad \text{а для } i\text{-того промежутка:}$$

$$A_i = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r_i - r_{i-1})}{r_{i-1} r_i} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_{i-1}} - \frac{1}{r_i} \right).$$

Просуммировав все работы до бесконечности, получим, что все промежуточные члены сократились, и осталось лишь:

$$A = \sum_{i=1}^{\infty} A_i = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\infty} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Qq}{R}.$$

Разделив работу на пробный заряд q , получим потенциал поля точечного заряда Q в точке \vec{r} :

$$\varphi(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}.$$

«По взрослому» то же самое можно было бы сделать так:

$$\varphi(r) = \int_r^{\infty} E(r) dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_r^{\infty} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

5. Задачи.

1. В однородном поле напряженностью E переместили заряд q . Перемещение Δr образует угол α с направлением силовой линии. Найти работу поля, изменение потенциальной энергии взаимодействия заряда и поля, напряжение между начальной и конечной точками перемещения, а также разность потенциалов между ними.
2. Альфа-частица движется со скоростью v и попадает в однородное электрическое поле, силовые линии которого направлены противоположно направлению движения частицы. Какую разность потенциалов должна пройти частица до остановки?
3. Электрическое поле образовано внешним однородным полем и полем большой заряженной квадратной металлической пластины (которое можно считать однородным). Напряженности поля над и под пластиной соответственно равны \vec{E}_2 и \vec{E}_1 . Оценить размеры пластины, если сила, действующая на пластину со стороны внешнего поля, равна F .
4. Три большие металлические пластины расположены параллельно и заряжены с поверхностными плотностями заряда $+\sigma$, -3σ и $+2\sigma$. Нарисовать графики зависимости напряженности поля $\vec{E}(x)$ и потенциала $\varphi(x)$ вдоль оси x , перпендикулярной пластинам, если расстояние между пластинами одинаково и равно d .